

## ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБЪЕМАМИ ВЫПУСКА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ СПРОСА

**А. В. ПЕТРУСЕВИЧ**

*Высшая школа менеджмента СПбГУ*

В статье исследуется задача управления объемами выпуска продукции с учетом коэффициента сменности производства и импорта продукции на бесконечном и конечном горизонтах планирования в условиях, когда фирма не обладает информацией о точной величине спроса (информационная неопределенность спроса). Получена оптимальная стратегия управления объемами выпуска по критерию минимальности ожидаемых, прямых и альтернативных, издержек. Общая экономико-математическая модель применяется к глобальным автомобилестроительным компаниям.

*Ключевые слова:* математическая модель минимизации издержек, информационная неопределенность спроса, управление объемами выпуска, производственная мощность, ценность информации, автосборочное производство, управление цепочками поставок.

В последнее десятилетие в России наблюдается стремительный рост спроса на легковые автомобили. В течение этого времени многие ведущие автомобильные концерны открыли свои автосборочные производства на территории РФ. В условиях расширяющегося рынка, усиления конкуренции и неопределенности спроса особую актуальность принимает задача управления объемами выпуска продукции. В краткосрочном периоде в автомобильной отрасли данная задача решается, в частности, путем изменения производственной мощности завода через корректировку коэффициента

сменности, а также импорта автомобилей зарубежной сборки.

Рассматриваемым нами объектом управления является завод, принадлежащий компании и поставляющий продукцию, как правило, на данный национальный рынок. Объем выпуска продукции определяется проектной мощностью завода в расчете на односменный режим работы, зависит от возможности применения многосменного режима, а также от возможности импорта продукции, произведенной на заводах компании в других странах (брендируемость продукции исключает возможность

аутсорсинга по производству конечной продукции). Отметим, что в рамках данной статьи термин «импорт» не несет макроэкономического смысла: имеется в виду поток аналогичной продукции зарубежного производства в границах одной компании. Определение объемов выпуска должно осуществляться в контексте управления цепочкой поставок.

Понятие «производственная мощность» (capacity) имеет в теории и на практике весьма различные интерпретации. Поэтому необходимо уточнить терминологию, используемую в статье. Под проектной (номинальной) производственной мощностью будем понимать максимальный объем производства за определенный период, достигаемый в нормальных условиях использования оборудования, рабочей силы и внешних факторов (включая прежде всего взаимоотношения с поставщиками и потребителями) с обеспечением принятых в компании стандартов качества. Фактическая же мощность может быть расширена путем увеличения коэффициента сменности. В работе решается задача операционного менеджмента, поэтому будем считать, что проектная мощность постоянна и соответствует односменному режиму работы, а фактическая — переменная в соответствии с коэффициентом сменности<sup>1</sup>.

Проблемы управления мощностью и объемами выпуска имеют высокую значимость для любой производственной компании. Вопрос встает особенно остро в условиях непрерывно меняющейся внешней среды. Актуальность задачи подтверждается многочисленными публикациями в академической литературе, с которыми можно ознакомиться в обзорных работах, посвященных проблематике стратегического уровня управления производственной мощностью (см., напр.: [Luss, 1982;

Van Mieghem, 2003; Julka et al., 2007]), а также оперативного уровня управления производством (см., напр.: [Graves, 1981; Nam, Logendran, 1992]).

В рамках рассмотрения задачи расширения производственной мощности завода следует учитывать соответствующие изменения во всей цепочке поставок. Компания, занимающаяся производством автомобилей, должна обеспечить необходимый поток комплектующих, их нехватка может привести к остановке завода. Например, землетрясение в Японии в марте 2011 г. привело к дефициту комплектующих по всему миру, в том числе и в России (см., напр.: [Попов, Хвостик, 2011]). Следует также отметить, что в подавляющем большинстве случаев автосборочная компания, размещающая производство в России, связана требованием по уровню локализации. Кроме того, необходимо обеспечить дилерскую сеть требуемого масштаба для реализации автомобилей конечным потребителям. Узким местом в цепочке поставок может стать и транспортировка готовой продукции (см., напр.: [Дагаева, 2011]).

Опишем в общем виде постановку задачи. Мы рассматриваем однопродуктовую фирму. Выходя на новый для себя рынок, фирма не знает точную величину спроса, она обладает лишь его интервальной оценкой, которая, в частности, может быть получена на основании результатов опроса экспертов. Минимальная и максимальная экспертные оценки определяют интервал спроса. Возможны различные подходы к моделированию распределения вероятности спроса в данном интервале. Мы предполагаем, что мнения экспертов равнозначны — это приводит нас к модели равномерного распределения вероятности. В общем случае спрос является случайной величиной или в динамической постановке — случайным процессом. В рамках рассматриваемой модели мы делаем упрощающее предположение о том, что спрос выступает конкретной (детерминированной) величиной. Незнание фирмой спроса

<sup>1</sup> В условиях снижения спроса, что, например, имело место во время кризиса, возможно снижение коэффициента сменности за счет перехода на неполную рабочую неделю.

является чисто информационным. Спрос, который фирме неизвестен, рассматривается как лежащий в определенном интервале, все значения в котором равновероятны.

Предлагаемая нами методика управления оптимальными объемами выпуска продукции основывается на критерии минимизации функции ожидаемых издержек. Полные издержки фирмы складываются из двух составляющих: во-первых, это альтернативные издержки от недостаточного объема выпуска; во-вторых — прямые издержки от избыточного объема выпуска. Данная методика определяет последовательность объемов выпуска, которая, грубо говоря, приводит к наиболее экономному решению при поиске неизвестного фирме спроса.

В настоящей работе в целях решения поставленной выше управленческой задачи для автомобильного производства используется построенная и исследованная в [Бухвалова, Петрусевич, 2011] общая экономико-математическая модель определения оптимальных объемов выпуска фирмы.

В первом разделе статьи в сжатой форме представлены основные результаты работы [Бухвалова, Петрусевич, 2011], определена связь между ожидаемыми издержками фирмы и ожидаемой прибылью. Второй раздел посвящен приложению модели к управлению объемами выпуска автомобилестроительной компании с учетом коэффициента сменности и импорта. В отличие от модели, предложенной в [Бухвалова, Петрусевич, 2011], объемы выпуска состоят, в том числе, из импортной продукции, отличной по себестоимости производства. В заключительном разделе приведены направления дальнейших исследований по расширению модели и ее новым приложениям.

## 1. Модель определения объемов выпуска фирмы

### *Описание модели*

В настоящем разделе статьи представлена модель определения оптимальных объемов выпуска в нескольких модификациях —

для конечного и бесконечного горизонтов планирования, для рынков с падающим, растущим или постоянным спросом.

Горизонт планирования состоит из  $T$  периодов с одинаковой длительностью. Величина  $T$  может быть как конечной, так и бесконечной — рассмотрены оба случая. В начале каждого периода фирма принимает решение о выборе объема выпуска. В течение периода продукция реализуется, и к концу периода фирма оценивает объем продаж. Дисбаланс между спросом и объемом выпуска приводит к одной из двух возможных ситуаций. Если объем продаж равен объему выпуска, то имеет место недооценка спроса. Фирма учтет эту информацию в следующем периоде, пересмотрев объем выпуска. Если продукция будет реализована не в полном объеме, то спрос переоценен. Это приведет к немедленной идентификации точной его величины. Предполагается, что оценка объема продаж настоящего и определение объема выпуска следующего периода осуществляются в один момент времени. Таким образом, фирма принимает решения в строго определенные моменты времени. На временной оси каждая пара ближайших друг к другу моментов принятия решений располагается на расстоянии длительности одного периода.

### *Параметры модели*

Фирма производит продукцию с себестоимостью  $f$  и реализовывает ее на рынке по цене  $p > f$  за единицу. За хранение излишков продукции в течение одного периода фирма терпит издержки  $h$  за единицу. Кроме того, предполагается, что в следующем периоде излишки реализовываются по сниженной цене  $\delta p$ , где  $0 \leq \delta \leq 1$  — скорость обесценивания продукции. Последнее предположение характерно для автомобильной отрасли. Поскольку модель имеет динамический характер с распределенным по временной оси денежным потоком, то для корректного подсчета суммарных величин издержек и прибыли вводятся ставка

дисконтирования  $\alpha \geq 0$  и коэффициент дисконтирования  $\beta = 1/(1 + \alpha)$ . Предполагается, что все приведенные выше параметры фиксированы и с течением времени не изменяются.

*Неопределенность спроса  
и алгоритм принятия решений*

Если бы фирма владела точной информацией о спросе, то при наличии необходимых производственных ресурсов объем выпуска всегда был бы равен величине спроса. Однако точный спрос фирме неизвестен, что требует разработки алгоритма принятия решений с учетом этого фактора.

Отличительной особенностью является способ задания неопределенности спроса. Выходя на рынок, фирма не знает точную величину спроса  $D$ , но известны его границы  $\underline{D}$  и  $\overline{D}$ , которые образуют интервал спроса  $[\underline{D}, \overline{D}]$ . Интервальная оценка спроса может быть получена на основании экспертных оценок. Итогом опроса экспертов выступает набор из нескольких количественных оценок. Взяв минимальное и максимальное значения, фирма получает интервал спроса на свою продукцию. Спрос каждого периода является фиксированным на весь период, при этом в предположении равнозначности экспертных оценок спрос равновероятно может лежать в начале, в конце или в середине отрезка. В автомобильном бизнесе в качестве источника информации о спросе на автомобили может рассматриваться дилерская сеть, осуществляющая прием заказов покупателей.

Предполагается, что между соседними периодами отсутствуют случайные колебания спроса. Его изменение происходит по правилу геометрической прогрессии с заданным знаменателем — темпом изменения спроса  $\gamma > 0$ . Это означает, что, независимо от результатов продаж в первом периоде, во втором спрос будет равен  $\gamma D$ , в третьем —  $\gamma^2 D$  и далее до конца гори-

зонта планирования. Заметим, что если  $\gamma > 1$ , то спрос каждый раз увеличивается, и в этом случае мы будем говорить, что имеет место расширяющаяся модель. Если  $\gamma < 1$ , то с каждым новым периодом спрос уменьшается и, таким образом, имеет место сужающаяся модель. При  $\gamma = 1$  спрос все время остается постоянным. На интервал спроса накладывается следующее обязательное условие:

$$(1 + \gamma)\underline{D} \geq \overline{D}. \quad (1)$$

Условие (1) необходимо для упрощения математической формулировки задачи. Нетрудно показать, что в случае его выполнения объем возможных излишков всегда меньше величины спроса следующего периода, в течение которого излишки и будут полностью реализованы.

Выпуск в первом периоде приведет к недостатку (дефициту), либо избытку продукции. Дефицит продукции позволит фирме сократить интервал и, таким образом, скорректировать информацию о фактической величине спроса. После преобразования интервала спроса с учетом темпа изменения  $\gamma$  фирма получает интервал для второго периода. Так будет продолжаться до тех пор, пока на рынке не возникнет избытка продукции. Последний тут же позволяет фирме определить точную величину спроса и, согласно описанному выше типу неопределенности, использовать модель далее нет никакой необходимости, поскольку последующая траектория спроса становится доподлинно известной.

Переменной в задаче является набор из  $T$  чисел  $S = S_1, S_2, \dots, S_T$  — стратегия определения объемов выпуска, где  $T$  — количество периодов в горизонте планирования. В случае конечного горизонта планирования  $T$  является конечной величиной, а при бесконечном горизонте —  $T = \infty$ . Величина  $S_i$  принадлежит интервалу спроса в периоде  $i$  и является объемом выпуска для данного периода при условии, что

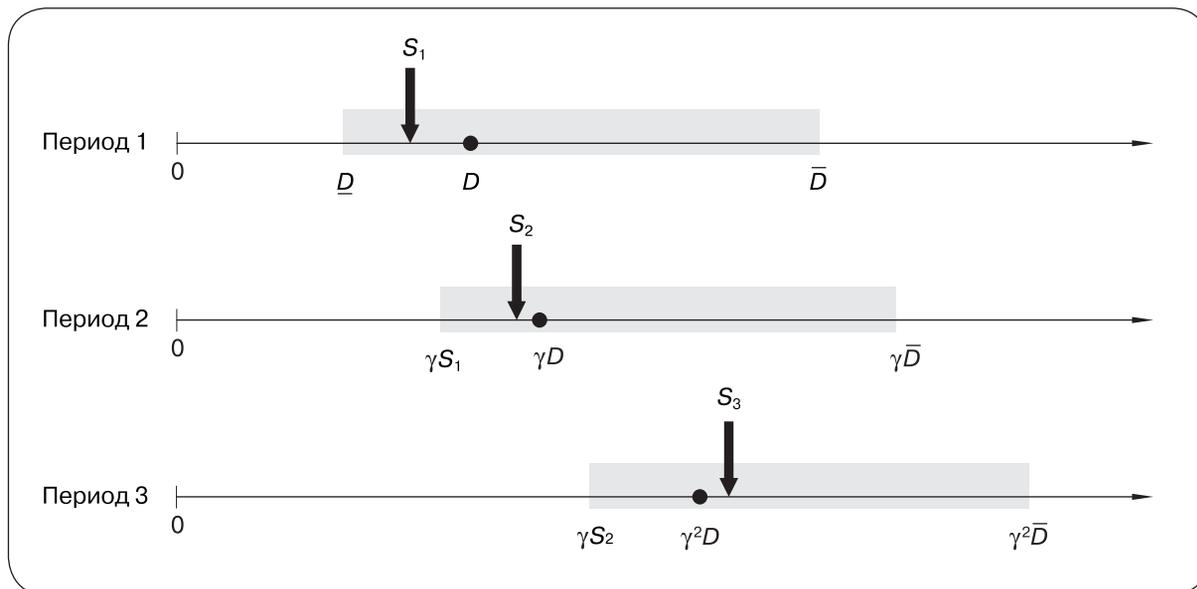


Рис. 1. Процесс принятия решений в расширяющейся модели

в прошлом в каждом периоде имел место дефицит продукции. На рис. 1 проиллюстрирован процесс принятия решений в расширяющейся модели определения объемов выпуска. Сделав в первом периоде объем выпуска  $S_1$ , фирма недооценила спрос. Это сокращает интервал спроса до  $[S_1, \bar{D}]$ , а с учетом изменения спроса во втором периоде используется интервал  $[\gamma S_1, \gamma \bar{D}]$ . Отметим, что объем выпуска фирмы может совпасть со спросом, т.е.  $S_1 = D$ . Но этот случай не может быть распознан фирмой в периоде его возникновения, и, несмотря на очевидную нерациональность решения, в рамках расширяющейся модели объем выпуска в следующем периоде будет увеличен. Во втором периоде снова возникает дефицит продукции и уточняется левая граница интервала спроса — в третьем периоде он равен  $[\gamma S_2, \gamma^2 \bar{D}]$ . В третьем периоде объем выпуска  $S_3$  впервые превышает текущий спрос  $\gamma^2 D$ , что позволяет фирме определить точную величину спроса. После этого фирма узнает спрос для всех оставшихся периодов и, тем самым, объемы выпуска до конца горизонта планирования.

Вышеописанный процесс принятия решений имеет байесовскую структуру. Изначально фирма располагает интервальной оценкой спроса. Внутри этого интервала ни одно значение не может быть предпочтительнее других. Таким образом, в первом периоде горизонта планирования величина спроса  $D$  для фирмы распределена равномерно на интервале  $[\underline{D}, \bar{D}]$ . Это распределение является априорной информацией о величине спроса. Пока спрос остается неопределенным, в каждом периоде фирма поставляет на рынок некоторый объем продукции, что является «опытом» или «попыткой», по результатам каждой из которых фирма либо уточняет границы вероятностного распределения, либо определяет спрос. При этом уточненная информация действительна во всех последующих периодах, поскольку в рамках данной модели не допускаются случайные изменения величины спроса при переходе от одного периода к другому. Возможность накопления информации выступает основным отличием данного способа задания неопределенности от традиционного подхода, когда спрос является случайной величиной, которая

в каждом новом периоде принимает новое значение. Описанный вид неопределенности мы называем информационной неопределенностью. Таким образом, фирма сталкивается с информационной неопределенностью спроса и терпит издержки в связи с незнанием точной величины спроса.

### Оптимизационная задача

Незнание спроса влечет за собой издержки двух типов. Недооценка спроса связана с издержками, обусловленными дефицитом продукции: альтернативными издержками упущенной возможности реализации максимального объема продукции. При переоценке спроса и возникновении избытка продукции фирма терпит фактические издержки, связанные с расходами на хранение запасов, снижением цены их реализации в следующем периоде, и издержки от преждевременного производства в связи с изменением ценности денег во времени. И та и другая ситуации негативны для фирмы, в каждой из них она сталкивается с затратами, и в любом случае полностью их избежать не удастся, поскольку спрос — неопределенная величина. Таким образом, целью фирмы является поиск оптимальной стратегии определения объемов выпуска ( $S_1^*$ ,  $S_2^*$ , ...,  $S_T^*$ ), при которой ожидаемая приведенная величина суммарных издержек фирмы за все периоды будет минимальна.

$$E[c] = \frac{1}{2\Delta} [B(S_1 - \underline{D})^2] + \frac{1}{2\Delta} \sum_{k=2}^T \left( \frac{\beta}{\gamma} \right)^{k-1} \left[ B(S_k - \gamma S_{k-1})^2 + A(\gamma^{k-1} \bar{D} - S_k)^2 \right] \rightarrow \min_S, \quad (2)$$

$$S \in \mathcal{S} = \left\{ S = (S_1, \dots, S_T) \left| \begin{array}{l} S_1 \in [\underline{D}, \bar{D}]; \\ S_k \in [\gamma S_{k-1}, \gamma^{k-1} \bar{D}], \\ k = 2, \dots, T \end{array} \right. \right\}.$$

Здесь  $c$  — суммарные издержки фирмы на всем горизонте планирования;  $E[c]$  — ма-

тематическое ожидание величины суммарных издержек фирмы;  $A = p - f$  — величина издержек от дефицита одной единицы продукции, равная маргинальному доходу фирмы;  $B = \beta \delta p - \beta f + f + h$  — удельные издержки, связанные с возникновением избытка продукции. Формулы для вычисления решений оптимизационной задачи (2) для конечного и бесконечного случаев приведены в теоремах 1 и 2 работы [Бухвалова, Петрусевич, 2011].

### Издержки и прибыль фирмы

Определим взаимосвязь между ожидаемыми издержками и ожидаемой прибылью фирмы. Прибыль фирмы будет максимальной, если ей известен спрос с самого начала горизонта планирования — объем выпуска всегда равен спросу. При этом ожидаемая величина суммарной приведенной прибыли вычисляется по формуле:

$$E[\pi_{\max}] = E \left[ \sum_{k=1}^T \beta^{k-1} \gamma^{k-1} D(p - f) \right] = \frac{(\underline{D} + \bar{D})(p - f)}{2} \sum_{k=1}^T (\gamma \beta)^{k-1}. \quad (3)$$

При конечном горизонте планирования ( $T < \infty$ ) формула (3) упрощается следующим образом:

$$E[\pi_{\max}] = \frac{(\underline{D} + \bar{D})(p - f)(1 - \gamma \beta)}{2(1 - (\gamma \beta)^T)}.$$

В случае бесконечного горизонта планирования ( $T = \infty$ ), встает вопрос о сходимости ряда в правой части формулы (3), ответ на который зависит от значения  $\gamma \beta$ . Если  $\gamma \beta < 1$ , то элементы ряда образуют бесконечно убывающую геометрическую прогрессию, ряд сходится и ожидаемая максимальная прибыль фирмы конечна:

$$E[\pi_{\max}] = \frac{(\underline{D} + \bar{D})(p - f)}{2(1 - \gamma \beta)}.$$

Если  $\gamma\beta \geq 1$ , то ряд расходится, устремляя ожидаемую максимальную прибыль в бесконечность. Отметим, что в задаче минимизации ожидаемых издержек нет необходимости такого разделения, величина ожидаемых издержек конечна при любых допустимых значениях параметров модели, в том числе и в случае  $\gamma\beta \geq 1$  (см.: [Бухвалова, Петрусевич, 2011]).

Издержки, связанные с дефицитом или возникновением избытка продукции, появляются вследствие незнания фирмой точной величины спроса и определяются отклонением объема выпуска от текущего спроса, помноженным на соответствующий коэффициент. Если  $E[\pi_{\max}]$  конечна, то ожидаемая величина суммарной прибыли  $E[\pi]$  выражается формулой

$$E[\pi] = E[\pi_{\max}] - E[c].$$

Величина  $E[\pi_{\max}]$  является константой, значение которой вычисляется по формуле (3). Следовательно, при минимуме ожидаемых издержек  $E[c]$  достигается максимум ожидаемой прибыли  $E[\pi]$ . Таким образом, стратегия, минимизирующая ожидаемые издержки, одновременно максимизирует ожидаемую прибыль фирмы.

## 2. Управление объемами выпуска фирмы с учетом коэффициента сменности производства и импорта

Идеализированное математическое предположение о бесплатном расширении мощностей фирмы с сохранением неизменной себестоимости единицы продукции требует своей интерпретации и уточнения в случае применения к управленческим задачам. В данном разделе решается задача операционного менеджмента об оптимальном управлении объемами выпуска продукции с применением описанной выше экономико-математической модели.

В рамках данной статьи, учитывая особенности прежде всего автосборочных про-

изводств иностранных фирм на территории России, рассматриваются две следующие возможности управления объемами выпуска. Первой возможностью является изменение коэффициента сменности производства. В случае кризиса, когда объем спроса падает, возможен переход на неполную рабочую неделю. Нам, однако, в основном будет интересовать вопрос о действиях в условиях высокого или растущего спроса, причем с учетом фактора информационной неопределенности величины спроса, с которой сталкивается фирма. В этой ситуации возможно увеличение коэффициента сменности, причем в случае автосборки объем производства можно менять практически непрерывно, так как дополнительная смена может быть связана с неполной рабочей неделей или наймом временного персонала. Второй возможностью является импорт соответствующей продукции, выпущенной на иностранных заводах той же компании.

Импортная продукция может стать ценной альтернативой в условиях дефицита производственной мощности, не способной обеспечить фирме достаточный объем выпуска. Импорт позволяет увеличить объем выпуска и, таким образом, полностью удовлетворить спрос. Возможность импорта продукции, которая свойственна крупным международным компаниям, имеющим производственные площадки во многих странах мира, является реальным опционом, обеспечивающим компанию значительной гибкостью в условиях неопределенной внешней среды [Lamarre, Pergler, Vainberg, 2009]. Импорт использовался, в частности, компанией Ford на российском рынке<sup>2</sup>. На фоне быстро возраставшего спроса на автомобили в России в период с 2003 по 2008 г. мощности завода во Всеволожске (Ленинградская область) по производству Ford Focus не хватало для полного его удовлетворения. Одной из причин дефицита мощности могла

<sup>2</sup> Рассмотрение этого мини-кейса было начато в работе [Бухвалова, Петрусевич, 2011].

стать невозможность строительства более крупного завода в связи с практически полным отсутствием в тот период в России сети поставщиков автокомплектующих должного качества [Куц, 2006]. Часть недостающих автомобилей компания Ford ввозила с других своих европейских заводов, расположенных в Германии и Испании. Еще одним актуальным для российского рынка примером компании, использующей опцию импорта, является компания Toyota. После открытия завода в Санкт-Петербурге в декабре 2007 г., где производится модель Camry, более года компания продолжала импортировать часть автомобилей из-за рубежа. В феврале 2008 г. поставки в Россию Toyota Camry были прекращены, однако спустя три года компания возобновила импорт из Японии, называя данное решение временным и связанным с повышением спроса на модель. Автомобили Ford Focus и Toyota Camry импортного производства практически полностью идентичны российским, но для компаний импорт требует дополнительных затрат, связанных с транспортировкой и различием в стоимости рабочей силы. Соответственно, можно предположить, что себестоимость импортного автомобиля отлична от себестоимости аналогичного автомобиля, собранного на заводе компании, производящем продукцию на национальный рынок. В этой связи далее мы будем разделять продукцию на две группы по себестоимости.

Варьирование рабочей силой также выступает в качестве актуального инструмента при управлении объемом выпуска в условиях колебания спроса [Ramey, Vine, 2006]. Оно может достигаться, например, посредством изменения количества рабочего времени (переработки, остановка завода на некоторое время) или изменения коэффициента сменности. Кроме того, для автомобильных производств характерно привлечение временной рабочей силы на контрактной основе, что является более гибким решением, нежели наем постое-

янного персонала (см., напр.: [Barkholz, 2009]).

Подтверждающим примером управления объемом выпуска посредством изменения коэффициента сменности может служить шестой в мире и первый в России завод компании Hyundai, который начал свою работу 21 сентября 2010 г. в Санкт-Петербурге с выпуска новой модели — Solaris. Изначально завод функционировал в одну смену. Однако модель Hyundai Solaris оказалась настолько удачной и популярной, что уже в апреле 2011 г. была запущена вторая смена, которая довела годовую мощность завода до 9 тыс. автомобилей в месяц. Несмотря на внушительную по меркам российского рынка производственную мощность автозавода, спрос оказался выше: очереди на некоторые комплектации иномарки растянулись на период до года и более. По этой причине в июне компания объявила о переходе 15 августа 2011 г. к трехсменному режиму, что должно было увеличить мощность завода еще на 4 тыс. — до 13 тыс. автомобилей в месяц<sup>3</sup>.

Как отмечалось, задачу управления объемами выпуска необходимо рассматривать в контексте цепочки поставок. Проблематика управления цепочкой поставок является передовой концепцией современного менеджмента, появившейся в 80-е гг. прошлого столетия [Oliver, Webber, 1982] и продолжающей свое развитие по сей день. Управление цепочкой поставок особенно актуально для автомобильной отрасли, поскольку в наше время ни один автомобиль не производится усилиями только лишь одной компании.

На рис. 2 приведена упрощенная схема цепочки поставок для рассматриваемой в статье ситуации. Центральным звеном схемы является завод, поставляющий автомобили на национальный рынок. Фактическая

<sup>3</sup> Вместе с автомобилем Kia Rio, данные приведены по информации официального сайта компании <http://www.hyundai.com>.

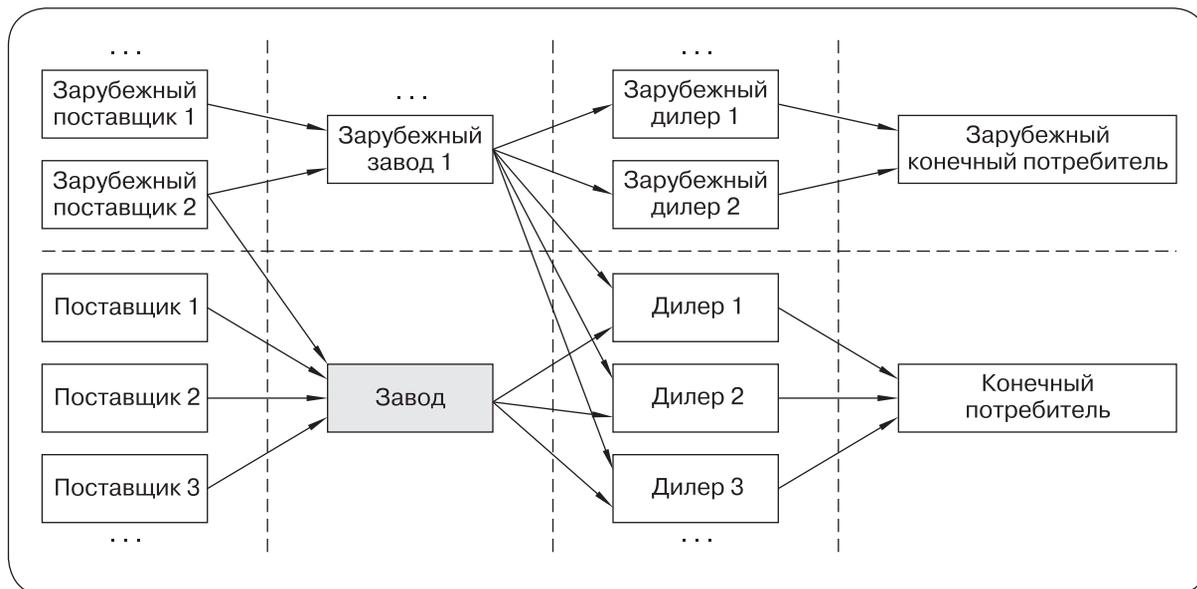


Рис. 2. Схема цепочки поставок

производственная мощность этого завода варьируется путем изменения коэффициента сменности. Завод связан с сетью поставщиков, которая обеспечивает поток комплектующих, используемых при сборке автомобилей (могут быть как местные, так и зарубежные поставщики), и дилерской сетью, через которую осуществляется реализация автомобилей конечным потребителям. По заказам, поступающим со стороны дилеров, производитель формирует план производства автомобилей в конкретных комплектациях, что позволяет снизить степень неопределенности спроса в коротком периоде. Возможен импорт автомобилей, произведенных на зарубежных заводах компании, — гибкое решение, позволяющее быстро ликвидировать дефицит продукции на рассматриваемом рынке.

В рамках модели различие между увеличением коэффициента сменности и импортом обусловлено исключительно различием себестоимости: в себестоимость продукции, полученной по импорту, включаются затраты на транспортировку и таможенные платежи, а себестоимость собственного производства считается неизменной, не-

зависимо от коэффициента сменности. Последнее предположение является упрощением реально существующей ситуации, где естественно предполагать снижение эффективности и рост себестоимости при увеличении коэффициента сменности. Это связано с совокупностью следующих возможных причин: более низкой квалификацией дополнительного персонала; повышением загрузки оборудования и связанным с этим увеличением затрат на техническое обслуживание; необходимостью проведения согласований по всей цепочке поставок, обусловленных увеличением производства у существующих поставщиков<sup>4</sup> или поиском новых.

Способ обеспечения необходимого количества комплектующих зависит от характера взаимоотношений фирмы с уже имеющейся базой поставщиков, а также от особенностей конкретного рынка. Если фирма ранее уже осуществила инвестиции

<sup>4</sup> В частности, компания может инициировать создание существующими поставщиками резервных мощностей, что, безусловно, должно стимулироваться в рамках соответствующего контракта.

в отдельного поставщика, создав, таким образом, специфический актив, то невозможно перенести преимущества выстроенного тесного сотрудничества на какого-либо другого поставщика [Бенсо, Андерсон, 2004]. Фирма оказывается в ситуации излишней привязанности к данному поставщику, и дефицит мощности последнего ограничивает производственные возможности самой фирмы. Поиск новых поставщиков может ограничиваться и другими причинами, которые, в частности, обусловлены неразвитой сетью поставщиков, что характерно для российского рынка.

Как было отмечено, условия поставки комплектующих с учетом возможного увеличения потребности могут фиксироваться в контракте с поставщиком. Среди существующего многообразия типов контрактов, регулирующих отношения между производителем и поставщиком (см., напр.: [Tsay, Nahmais, Agrawal, 1999]), наиболее подходящим, на наш взгляд, выступает контракт с гибким объемом поставок (*quantity flexibility contract*). Контракт такого типа позволяет производителю изменять объемы поставок, что может быть ценным в условиях незнания точной величины спроса и, как следствие, объема выпуска. Согласно работе [Zhaotong, Deshmukh, 2009], в автомобильной промышленности широко используется так называемый скользящий контракт (*rolling horizon planning contract*) — также с гибким объемом поставок. Этот вид контракта предусматривает определение объемов и цены поставки на весь горизонт планирования, причем для фиксированных в контракте объемов стоимость единицы продукции снижается с течением времени. Производитель приобретает гибкость в принятии решений по объемам поставок комплектующих, однако при увеличении заказа каждая дополнительная единица сверх установленного объема обходится дороже. В работе [Taylor, Plambeck, 2007] подчеркивается актуальность (в том числе применительно и к автомобильной про-

мышленности) отношенческих контрактов (*relational contract*), создающих у поставщика стимулы к инвестированию в свои производственные мощности с целью обеспечения необходимыми компонентами потребителя, готовящего выпуск инновационного продукта.

Основываясь на представленной в первом разделе экономико-математической модели, далее показывается ее применение к задаче оперативного управления объемами производства на примере автосборочного производства. В результате предлагается методика определения последовательности решений фирмы по установлению оптимальных объемов импорта и режимов многосменного производства на горизонтах планирования, на которых регулярно осуществляется мониторинг спроса (выявление дефицита продукции).

Объектом управления выступает завод фирмы, поставляющий продукцию на национальный рынок. Пусть  $K$  — мощность завода фирмы (в один период). Это означает, что на данном заводе в течение одного периода в нормальных условиях работы может быть произведен любой объем продукции  $Q_k \leq K$ . Обозначим через  $f_1$  себестоимость производства единицы продукции для этого завода, а себестоимость единицы импортируемой продукции из-за рубежа обозначим через  $f_2$ . Поскольку фирма обладает монопольной силой, она свободна в определении цен на свою продукцию. Предполагается, что оба вида продукции продаются по одинаковой цене  $p > \min(f_1, f_2)$ .

В упомянутом ранее мини-кейсе импортные автомобили обходятся компании Ford дороже российских, т. е.  $f_2 > f_1$ . Однако на практике возможна и обратная ситуация, когда продукция, произведенная на рассматриваемом заводе, имеет большую себестоимость, чем импортная, т. е.  $f_2 < f_1$ . Несмотря на явную неэффективность завода, его функционирование может быть продолжено: это может оказаться выгоднее

альтернативы закрытия завода из-за высоких ликвидационных издержек. Если  $f_2 = f_1$ , то продукция, произведенная на рассматриваемом заводе, полностью идентична импортной как для потребителя, так и для компании. В этом случае модель равносильна модели с неограниченной производственной мощностью. Далее мы будем опираться на случай  $f_2 > f_1$ , однако рассматриваемая нами модель верна для любого из трех упомянутых случаев.

Когда  $f_2 > f_1$ , фирме выгодно иметь завод, мощность которого в каждом периоде была бы равна рыночному спросу. Это позволит удовлетворять весь спрос продукцией, произведенной с наименьшей себестоимостью  $f_1$ . Однако до выбора мощности фирме известна лишь интервальная оценка спроса  $[D, \bar{D}]$ . Отклонение мощности завода от истинного значения спроса как в большую, так и в меньшую сторону, сопряжено с дополнительными издержками. Дефицит мощности приводит к недостатку объема выпуска. Выбирая мощность завода по нижней границе первого горизонта планирования ( $K = D$ ), фирма избавляет себя от издержек, связанных с избытком мощности, а по верхней границе последнего горизонта планирования ( $K = \gamma^{T-1} \bar{D}$ ) — от издержек, связанных с ввозом более дорогой импортной продукции.

#### *Модель определения объемов выпуска в случае постоянной мощности завода*

Предположим, что мощность завода —  $K = D$ . Мощность завода определяется в начале горизонта планирования и далее остается неизменной. Поскольку объем выпуска  $S_k$  всегда принадлежит текущему интервалу спроса и учитывая, что в рамках расширяющейся модели левая граница интервала спроса от периода к периоду движется строго вправо, мощность  $K = D$  всегда будет задействована и фирма избежит издержек от избытка мощности. Таким образом, объем выпуска  $S_k$  состоит из произведенной на заводе продукции в объеме  $D$  с себестоимостью

$f_1$  и импортируемой оставшейся части  $S_k - D$  с себестоимостью  $f_2$ .

Здесь, как и раньше, мы минимизируем ожидаемую величину издержек фирмы, связанных с незнанием точной величины спроса. Недооценка спроса в периоде  $k$  означает, что фирма недопоставила на рынок продукцию в объеме  $\gamma^{k-1} D - S_k$ . И объем выпуска и спрос лежат в интервале спроса  $[\gamma S_{k-1}, \gamma^{k-1} \bar{D}]$ . Таким образом, имеет место недостаток импортной продукции в объеме  $\gamma^{k-1} D - S_k$  с себестоимостью  $f_2$ . Следовательно, при подсчете удельных издержек от дефицита продукции в рамках нашей модели в качестве параметра себестоимости производства мы должны использовать величину  $f_2$ :  $A = p - f_2$ .

В случае переоценки спроса фирма терпит издержки от избытка импортной продукции, однако использовать здесь прежнюю формулу для величины  $B$  нельзя по следующей причине. Пусть в периоде  $k$  реализовалась не вся продукция. Издержки от избытка импортной продукции состоят из трех компонентов: издержек от хранения запасов; издержек от обесценивания запасов; издержек, связанных с преждевременным импортом продукции. Согласно формуле (1), излишки полностью реализуются в периоде  $k + 1$ , т.е.  $S^k - \gamma^{k-1} D < \gamma^k D$ . Однако нет никакой информации о том, достаточно ли мощности завода в периоде  $k + 1$  для формирования объема выпуска на уровне текущего спроса. Таким образом, из-за разницы себестоимостей  $f_1$  и  $f_2$  нельзя с точностью вычислить третий компонент величины  $B$  — издержки, связанные с преждевременным импортом продукции. Далее будет использоваться верхняя ее оценка, с предположением, что продукция в объеме образовавшихся излишков может быть произведена в периоде  $k + 1$  с наименьшей из двух себестоимостей:  $B = \beta \delta p - \beta f_1 + f_2 + h$ .

Отметим, что в автомобильной отрасли каждая комплектация одной и той же модели автомобиля имеет индивидуальную

как себестоимость, так и цену реализации. Однако в рамках данной статьи мы абстрагируемся от вопроса об изучении распределения спроса между различными модификациями продукта и предполагаем, что имеют место равные пропорции разных комплектаций автомобиля в объеме выпуска. Это позволяет нам на модельном уровне использовать средние значения себестоимости и цены реализации. Аналогичные рассуждения верны и для величины спроса.

Формулировка оптимизационной задачи определения объемов выпуска с постоянной мощностью завода с точностью до величин  $A$  и  $B$  совпадает с формулировкой задачи (2). Ожидаемая прибыль вычисляется путем вычитания ожидаемых издержек из ожидаемой величины максимально возможной прибыли, которая, в свою очередь, определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} E[\pi_{\max}] &= E\left[\underline{D}(p - f_1) \sum_{k=1}^T \beta^{k-1}\right] + \\ &+ E\left[(p - f_2) \sum_{k=1}^T \beta^{k-1} (\gamma^{k-1} D - \underline{D})\right] = \\ &= \underline{D}(p - f_1) \sum_{k=1}^T \beta^{k-1} + \\ &+ (p - f_2) \sum_{k=1}^T \beta^{k-1} \left(\frac{(\underline{D} + \bar{D})}{2} \gamma^{k-1} - \underline{D}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Первое слагаемое в правой части формулы (4) отражает производство продукции на заводе компании, мощностью которого управляет фирма, с себестоимостью  $f_1$ , а второе — импорт продукции с себестоимостью  $f_2$ . Ожидаемая прибыль, как и раньше, равна разности максимально возможной ожидаемой прибыли и ожидаемых издержек.

*Модель определения объемов выпуска в случае пошагового увеличения мощности завода*

Предположение о постоянстве собственной производственной мощности является довольно сильным и приемлемо, главным

образом, лишь для небольших горизонтов планирования. В действительности, получив первые результаты продаж, фирмы могут неоднократно в течение года вносить коррективы в мощности своих заводов с целью достижения баланса между своими производственными возможностями и спросом. В связи с этим далее будет построена модификация модели управления объемами выпуска с учетом коэффициента сменности и импорта в предположении пошагового увеличения мощности завода.

Основываясь на результатах оценки величины спроса, в начале первого периода фирма устанавливает мощность завода  $K_1 = \underline{D}$ . Для простоты предполагаем, что такая мощность достигается при односменном режиме работы. Если объем выпуска  $S_1$  приводит к дефициту продукции, то левая граница интервала спроса смещается вправо и в следующем периоде становится равной  $\gamma S_1$ . Пусть во втором периоде фирма нанимает дополнительный персонал, доводя тем самым мощность завода  $K_2$  до уровня  $\gamma S_1$ , и т. д. Таким образом, в каждом периоде до возникновения избытка продукции мощность завода равна нижней границе текущего интервала спроса, т. е.  $K_k = \gamma S_{k-1}$ . Затем мощность доводится до уровня текущего спроса и остается неизменной до конца горизонта планирования. Отметим, что, согласно выдвинутому предположению, обеспечивается полная загрузка рассматриваемого завода.

Объем выпуска формируется из продукции, произведенной на рассматриваемом заводе компании, и импортной продукции. Отклонение объема выпуска от спроса свидетельствует об ошибке в объеме импорта, что приводит к издержкам, минимизация ожидаемой величины которых является целью фирмы. Формулы для вычисления удельных издержек от недопроизводства и перепроизводства такие же, как и в предыдущей модификации:  $A = p - f_2$ ,  $B = \beta \delta p - \beta f_1 + f_2 + h$ . Последняя формула, в отличие от случая с постоянной мощ-

ностью, является точной, так как здесь нет проблемы с вычислением издержек, связанных с преждевременным импортом продукции. Поскольку объем запасов не больше спроса следующего периода, с которым будет уравнена мощность завода, то импортированные излишки с себестоимостью  $f_2$  в полном объеме могут быть произведены на заводе с себестоимостью  $f_1$  — это обеспечивает справедливость приведенной формулы для величины  $B$ . Формулировка оптимизационной задачи остается идентичной формулировке задачи (2).

Заметим, что независимо от того, какой из двух предложенных способов выберет фирма для управления объемами выпуска своего завода, оптимальными будут одни и те же объемы. Более того, одинаковыми будут и величины ожидаемых издержек. Разница при этом заключается лишь в величине ожидаемой прибыли, которая в случае  $f_2 > f_1$  будет в пользу решения с поэтапным увеличением мощности завода. Формула для вычисления ожидаемой прибыли имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} E[\pi_{\max}] &= E[\underline{D}(p - f_1) + (D - \underline{D})(p - f_2)] + \\ &+ E\left[(p - f_1) \sum_{k=2}^T \beta^{k-1} \gamma^{k-1} D\right] = \\ &= \underline{D}(p - f_1) + \frac{(\bar{D} - \underline{D})(p - f_2)}{2} + \\ &+ \frac{(\bar{D} + \underline{D})(p - f_1)}{2} \sum_{k=2}^T (\beta\gamma)^{k-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

В наиболее благоприятной ситуации фирма использует импортную продукцию лишь в первом периоде, в дальнейшем объем выпуска формируется только из продукции, произведенной на рассматриваемом заводе.

#### Числовой пример

Для иллюстрации представленных модификаций модели рассмотрим числовой пример. Пусть горизонт планирования со-

стоит из четырех периодов, т.е.  $T = 4$  (для конечной стратегии) и  $T = \infty$  (для бесконечной стратегии); длительность одного периода равна одному месяцу. Допустим, что по предварительной оценке спрос в первом периоде лежит в интервале  $[\underline{D}, \bar{D}] = [1000, 2000]$ . Темп изменения спроса  $\gamma = 1,05$  (условие (1) выполнено). Это означает, что в каждом месяце величина спроса увеличивается на 5%. Предполагаем, что цена реализации единицы продукции  $p = 18$ . Себестоимость единицы продукции, произведенной на данном заводе,  $f_1 = 16$ , себестоимость импортной продукции  $f_2 = 17$  — это больше себестоимости  $f_1$ , но меньше цены реализации  $p$ ; стоимость хранения единицы продукции  $h = 10$ ; скорость обесценивания  $\delta = 0,2$ . Пусть ставка дисконтирования в месяц  $\alpha = 0,05$ , тогда коэффициент дисконтирования  $\beta = 0,95$ . Для выбранных значений параметров модели удельные издержки от недопроизводства и перепроизводства равны соответственно:  $A = 2$ ,  $B = 15,19$ ; длина интервала спроса в первом периоде  $\Delta = 1000$ . В таблице приведены результаты вычислений для бесконечной и конечной стратегий.

Выбрав конечную стратегию, в первом периоде фирме оптимально поставить на рынок 1275 единицы продукции: 1000 единиц (нижняя граница текущего интервала спроса) производятся на рассматриваемом заводе, остальное — импортируется. Следующее решение зависит от результатов продаж. Если образовались излишки продукции, то фирма узнает точную величину спроса, а оставшиеся объемы выпуска равны этой величине с учетом темпа изменения. Если возник дефицит, то во втором периоде оптимально увеличить объем выпуска до 1528 единиц, 1339 ( $1275 \cdot 1,05$ ) из которых — продукция, произведенная компанией на рассматриваемом заводе (для этого нужно увеличить производственную мощность на 339 единиц путем найма дополнительной рабочей силы), остальная продукция — импортная. И так далее до

Таблица

Бесконечная и конечная стратегии в задаче управления объемами выпуска с учетом коэффициента сменности производства и импорта

Период	Бесконечная стратегия	Конечная стратегия
1	1303	1275
2	1590	1528
3	1832	1724
4	2042	1867
5	...	—
Оптимальные ожидаемые издержки	2301	2091
Оптимальная ожидаемая прибыль при постоянной мощности	$\infty$	7632
Оптимальная ожидаемая прибыль при пошаговом увеличении мощности	$\infty$	9409

возникновения избытка продукции или до завершения горизонта планирования.

Заметим, что, поскольку величина  $\gamma\beta > 1$ , то для бесконечной стратегии  $S^*$  ожидаемая прибыль фирмы бесконечна. Это объясняется неограниченным количеством периодов, в каждом из которых фирма получает положительную прибыль. Несмотря на существенное различие в количестве периодов в стратегиях, оптимальные ожидаемые издержки отличаются лишь на 10%. Следовательно, основную часть издержек фирма терпит в самом начале горизонта планирования, несмотря на небольшую ставку дисконтирования. Увеличение в каждом периоде мощности до уровня нижней границы текущего интервала спроса положительно сказывается на ожидаемой прибыли в конечной стратегии: рост составляет 23%.

### 3. Заключение

Настоящая статья была посвящена задачам операционного (производственного) менеджмента. Мы отметили важность учета того, что автосборочный завод находится в центре цепочки поставок. По-видимому, в литературе не представлена единая математическая модель управления мощностью в цепочке поставок. Компания, находящаяся в центре цепочки поставок, должна

решать оптимизационную задачу, тогда как на концах (поставщики и потребители) требуется решать задачу согласования интересов, для моделирования которой, как правило, используются равновесный (а не оптимизационный) аппарат теории игр. Предложенная нами модель, в случае операционного менеджмента, может играть роль центра в совокупности моделей, характеризующих все связи в цепочке поставок.

Безусловно, чрезвычайно интересный аспект проблемы связан с определением исходной производственной мощности завода (в рассмотренной задаче предполагалось, что завод с его проектной мощностью уже функционирует) и постепенным ее расширением под влиянием стохастически меняющегося спроса и развития технологий. Данная проблематика входит в сферу стратегического менеджмента и в значительной своей части моделируется с использованием реальных опционов. Популярный пример на «гибкое» расширение мощности приведен в [Dixit, Pindyck, 1994]; обзор по приложениям реальных опционов см. в [Бухвалов, 2004].

В рамках данной статьи решена задача управления объемами выпуска с применением математической модели, предложенной в [Бухвалова, Петрусевиц, 2011]. Методика принятия решений основывается

на критерии минимизации ожидаемых издержек в поиске неизвестного фирме спроса. В рассмотренной в статье ситуации применимы и другие расширения модели, полученные автором:

- 1) получена и проанализирована стратегия определения оптимальных объемов выпуска с гарантированным определением спроса для конечного горизонта планирования;
- 2) введена и проанализирована смешанная стратегия определения объемов выпуска, допускающая переключение с бесконечного на конечный горизонт планирования;
- 3) произведен анализ бесконечной стратегии на скорость определения спроса, а также сделана сравнительная статика

бесконечной стратегии по параметрам модели;

- 4) осуществлен анализ стратегий с точки зрения ценности информации о величине спроса.

Первые два расширения модели заключаются в построении новых стратегий управления объемами выпуска, позволяющих фирме в одном случае — гарантированно выявить спрос, а в другом — изменить выбранную в начале горизонта планирования стратегию. Остальные результаты связаны с анализом полученных стратегий, который способствует оптимальному управлению фирмой в условиях неопределенности не только спроса, но и других параметров модели. Соответствующие результаты будут предметом отдельной статьи.

## ЛИТЕРАТУРА

- Бенсо М., Андерсон Э. 2004. Отношения между поставщиками и потребителями на промышленных рынках: когда потребители инвестируют в идиосинкразические активы? *Российский журнал менеджмента* 2 (2): 111–152.
- Бухвалов А.В. 2004. Реальные опционы в менеджменте: классификация и приложения. *Российский журнал менеджмента* 2 (2): 27–56.
- Бухвалова В.В, Петрусевич А.В. 2011. Определение оптимальных объемов производства в условиях информационной неопределенности спроса. *Экономика и математические методы* 47 (2): 3–23.
- Дагаева Е. 2011. Нечем возить. *Ведомости* (14 октября).
- Куц С.П. 2006. *Маркетинг взаимоотношений на промышленных рынках*. СПб.: Издат. дом С.-Петербур. гос. ун-та.
- Попов Е., Хвостик Е. 2011. Nissan снижает двигательную активность. *Коммерсантъ* (26 апреля).
- Alpern S., Snower D. 1987. *Inventories As an Information-Gathering Device*. London School of Economics: ICERD Discussion Paper, No. 87/151.
- Barkholz D. 2009. BMW, Chrysler plants add temps to boost output. *Automotive News*. (October 19).
- Dixit A.K., Pindyck R.S. 1994. *Investment Under Uncertainty*. Princeton University Press: Princeton.
- Graves S. 1981. A review of production scheduling. *Operations Research* 29 (4): 646–675.
- Julka N., Baines T., Tjahjono B., Lendermann P., Vitanov V. 2007. A review of multi-factor capacity expansion models for manufacturing plants: Searching for a holistic decision aid. *International Journal of Production Economics* 106 (2): 607–621.
- Lamare E., Pergler M., Vainberg G. 2009. Reducing risk in your manufacturing footprint. *McKinsey Quarterly* (April).
- Luss H. 1982. Operations research and capacity expansion problems: A survey. *Operations Research* 30 (5): 907–947.
- Oliver K., Webber M. 1982. Supply chain management: Logistics catches up with Strategy. In: Christopher M. (ed.). *Logistics:*

- The Strategic Issues*. Champan and Hall; 63–75.
- Ramey V., Vine D. 2006. Declining volatility in the U.S. automobile industry. *American Economic Review* **96** (5): 1876–1889.
- Taylor T., Plambeck E. 2007. Supply chain relationships and contracts: The impact of repeated interaction on capacity investment and procurement. *Management Science* **53** (10): 1577–1593.
- Nam S., Logendran R. 1992. Aggregate production planning — A survey of models and methodologies. *European Journal of Operational Research* **61** (3): 255–272.
- Tsay A., Nahmias S., Agrawal N. 1998. Modeling supply chain contracts: A review. In: *Quantitative Models For Supply Chain Management*. Kluwer Academic Publishers; ch. 10.
- Van Mieghem J. 2003. Capacity management, investment, and hedging: Review and recent developments. *Manufacturing and Service Operations Management* **5** (4): 269–302.
- Zhaotong L., Deshmukh A. 2009. Analysis of supply contracts with quantity flexibility. *European Journal of Operational Research* **196** (2): 526–533.

**Латинская транслитерация литературы, набранной на кириллице**  
**The List of References in Cyrillic Transliterated into Latin Alphabet**

- Bensaou M., Andersen E. 2004. Otnosheniya mezhdru postavshhikami i potrebitelyami na promyshlennykh ryinkakh: kogda potrebiteli investiruyut v idiosinkrazicheskie aktivny? *Rossiiskij zhurnal menedzhmenta* **2** (2): 111–152.
- Bukhvalov A. V. 2004. Real'nye opsiyny v menedzhmente: klassifikatsiya i prilozheniya. *Rossiiskij zhurnal menedzhmenta* **2** (2): 27–56.
- Bukhvalova V. V., Petrusевич A. V. 2011. Opredelenie optimal'nykh ob»emov proizvodstva v usloviyakh informatsionnoj neopredelennosti sprosa. *Ekonomika i matematicheskie metody* **47** (2): 3–23.
- Dagaeva E. 2011. Nechem vozit'. *Vedomosti* (14 oktyabrya).
- Kouthsch S. P. 2006. *Marketing vzaimootnoshenij na promyshlennykh ryinkakh*. SPb.: Izdat. dom S.-Peterb. gos. un-ta.
- Popov E., Khvostik E. 2011. Nissan snizhaet dvigatel'nyuyu aktivnost'. *Kommersant'* (26 aprelya).

Статья поступила в редакцию  
 17 октября 2011 г.